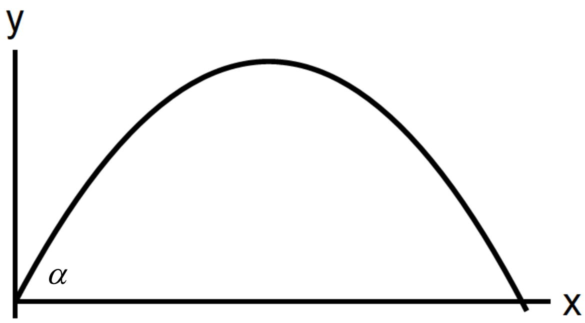
Aufgabe 01-37 ●●●○ | Schräger Wurf – 1 (Unabhängigkeitsprinzip – 2)

37 Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit des Betrages v_0 unter einem Winkel α schräg nach oben geworfen (siehe Skizze rechts).



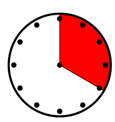
37.1 Berechnen Sie die allgemeine Gleichung *y(x)* für die Bahnkurve des Steines. Gehen Sie dabei von den Ortskurven der Bewegungen aus.

37.2 Gegeben ist nun der Betrag $v_0 = 15{,}0\ \frac{m}{s}$, $y_0 = 0$, $\alpha = 30{,}0°$ und $g = 9{,}81\ \frac{m}{s^2}$. Geben Sie die Bahngleichung aus 37.1 mit eingesetzten Werten an.

37.3 Zeichnen Sie in ein *x*-*y*-Diagramm die Bahnkurve des Steines.

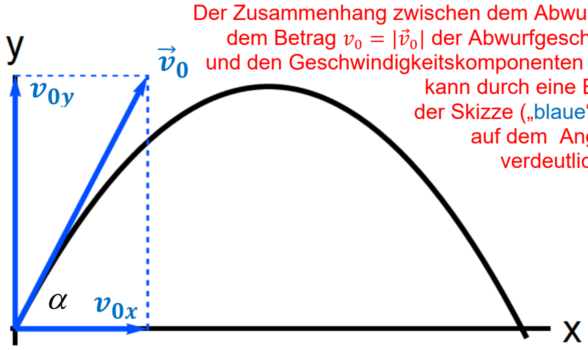
37.4 Diskutieren Sie die in 37.2 berechnete Gleichung der Bahnkurve. Berechnen Sie den Ort des Aufpralles und den Ort der höchsten Bahnkurve.

Unter Prüfungsbedingungen sollten Sie diese Aufgabe in etwa 20 Minuten gelöst haben.



Musterlösung zu 01-37

37 Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit des Betrages v_0 unter einem Winkel α schräg nach oben geworfen (siehe Skizze rechts).



Der Zusammenhang zwischen dem Abwurfwinkel α, dem Betrag $v_0 = |\vec{v}_0|$ der Abwurfgeschwindigkeit und den Geschwindigkeitskomponenten v_{0x} und v_{0y} kann durch eine Ergänzung der Skizze („blaue" Einträge) auf dem Angabenblatt verdeutlicht werden

37.1 **Berechnen Sie** die **allgemeine** Gleichung *y(x)* für die Bahnkurve des Steines. Gehen Sie dabei von den Ortskurven der Bewegungen aus.

36.2 Gegeben ist nun der Betrag $\boldsymbol{v_0 = 15,0\ \frac{m}{s}}$, $\boldsymbol{y_0 = 0}$, $\boldsymbol{\alpha = 30,0°}$ und $\boldsymbol{g = 9,81\ \frac{m}{s^2}}$. **Geben** Sie die **Bahngleichung** aus 37.1 mit **eingesetzten Werten an**.

37.3 **Zeichnen Sie** in ein ***x-y*-Diagramm** die Bahnkurve des Steines.

37.4 **Diskutieren Sie** die in 37.2 berechnete Gleichung der Bahnkurve. **Berechnen Sie** den Ort des Aufpralles und den **Ort der höchsten Bahnkurve**.

37.1

$v_{0x} = v_0\,Cos(\alpha) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x(t) = v_{0x}\,t} = \qquad v_0\,Cos(\alpha)\,t \qquad (1)$

$v_{0y} = v_0\,Sin(\alpha) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{x(t) = y_0 + v_{0y}\,t - \frac{1}{2} g\,t^2} = \qquad y_0 + v_0\,Sin(\alpha) t - \frac{g}{2} t^2 \qquad (2)$

Unabhängigkeitsprinzip: Trennung der Bewegungsgleichungen in die x- und in die y-Komponente („Trennung der Variablen")

$(1) \quad \rightarrow t = \frac{x}{v_0\,Cos(\alpha)} \quad in\ (2) \rightarrow$

$$y = y_0 + v_0\,Sin(\alpha)\frac{x}{v_0\,Cos(\alpha)} - \frac{g}{2}\left(\frac{x}{v_0\,Cos(\alpha)}\right)^2 = \boldsymbol{y_0 + x\,Tan(\alpha) - \frac{g}{2\,v_0{}^2\,Cos^2(\alpha)}\,x^2 = y(x)}$$

Allgemeine Gleichung

37.2

Geg.: $v_0 = 15,0\ \frac{m}{s} \qquad y_0 = 0 \qquad \alpha = 30,0° \qquad g = 9,81\ \frac{m}{s^2}$

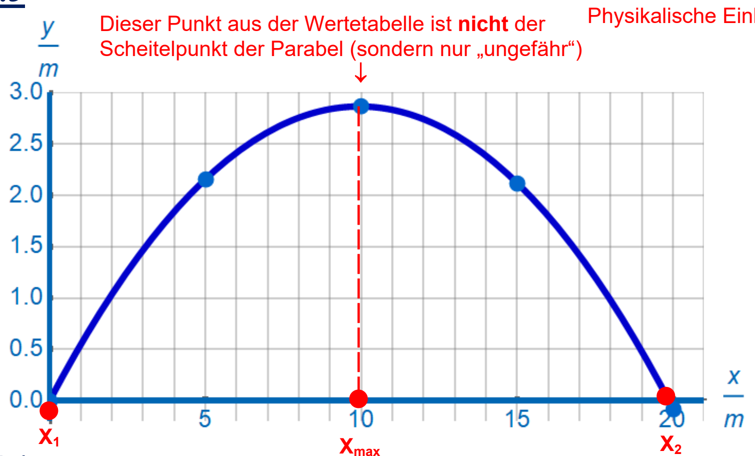
$$y(x) = y_0 + x\,Tan(\alpha) - \frac{g}{2\,v_0{}^2\,Cos^2(\alpha)}\,x^2 \rightarrow \boldsymbol{y(x) = 0,577\,x - 0,0291\,\frac{1}{m}\,x^2}$$

Gleichung mit **eingesetzten Werten**

↑ Physikalische Einheiten beachten ! ↑

37.3

Dieser Punkt aus der Wertetabelle ist **nicht** der Scheitelpunkt der Parabel (sondern nur „ungefähr")



$\frac{x}{m}$	$\frac{y}{m}$
0	0.
5	2.16
10	2.87
15	2.12
20	-0.08

Wertetabelle nicht vergessen !

37.4

Bahnkurve: *Leitfaktor* $\boldsymbol{-0,0291}\ \frac{1}{m} < 0 \qquad \rightarrow$ ***nach unten geöffnete Parabel***

Nullstellen: $y(x) = 0,577\,x - 0,0291\,\frac{1}{m}\,x^2 = 0 \qquad \rightarrow \boldsymbol{x_1 = 0}$ ←

$0,577 - 0,0291\,\frac{1}{m}\,x = 0 \rightarrow x_1 = 19,863 \qquad \rightarrow \boldsymbol{x_2 = 19,9\ m}$ ←

Zwei Lösungen !

Stelle x_{max} des höchsten Punktes auf der Bahnkurve:

Die Scheitelstelle einer Parabel liegt genau mittig zwischen deren Nullstellen !

Parabel achsensymmetrisch zur Achse $x=x_{max}$ $\rightarrow$

$x_{max} = \frac{1}{2} x_1 = 9,931\ m \qquad \rightarrow \boldsymbol{x_{max} = 9,93\ m}$

Nicht gefragt:
$x = x_{max} = 9,93\ m \rightarrow$
$y_{max} = y(9,93\ m) = 2,87\ m$